応用問題に挑戦

数Ⅱ　関数の増減と極大・極小 (解答)

■1　$f(x)=-x^3+ax^2+bx+c$ より，$f'(x)=-3x^2+2ax+b$

$x=-3$，1 で極値をとるから，$f'(-3)=0$，$f'(1)=0$

$\therefore f'(-3)=-27-6a+b=0 \cdots$ ①　　$f'(1)=-3+2a+b=0 \cdots$ ②

①②を解いて，$a=-3$，$b=9$

これより，$f(x)=-x^3-3x^2+9x+c$

$x=1$ のとき，$y=8$ となるから，$f(1)=-1-3+9+c=8$　　$\therefore c=3$

■2　$f(x)=2x^3-3(a+1)x^2+6ax+3a$ より，$f'(x)=6x^2-6(a+1)x+6a=6(x-1)(x-a)$

(ⅰ) $1<a$ のとき，増減表は右のようになり，$x=1$ のとき極大値 $6a-1$，$x=a$ のとき極小値 $-a^3+3a^2+3a$ をとる。

x	$\cdots$	1	$\cdots$	a	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	$6a-1$	$\searrow$	$-a^3+3a^2+3a$	$\nearrow$

(ⅱ) $a<1$ のとき，増減表は右のようになり，$x=a$ のとき極大値 $-a^3+3a^2+3a$，$x=1$ のとき極小値 $6a-1$ をとる。

x	$\cdots$	a	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	$-a^3+3a^2+3a$	$\searrow$	$6a-1$	$\nearrow$

(ⅲ) $a=1$ のとき，$f'(x)=6(x-1)^2 \geqq 0$ となり，$f(x)$ は常に増加するため，極値はもたない。