# 基本問題を確認しよう

## 数Ⅱ　定積分と面積

**定積分と面積**

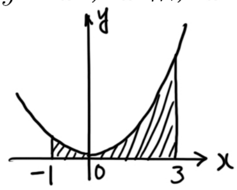
区間 $[a,\ b]$ において常に $f(x) \geqq 0$ ならば，曲線 $y=f(x)$ と $x$ 軸，および 2 直線 $x=a$，$x=b$ で囲まれた部分の面積は $S=\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$

**2 曲線の間の面積**

区間 $[a,\ b]$ において常に $f(x) \geqq g(x)$ ならば，2 曲線 $y=f(x)$ と $y=g(x)$，および 2 直線 $x=a$，$x=b$ で囲まれた部分の面積は $S=\displaystyle\int_a^b \{f(x)-g(x)\}\,dx$

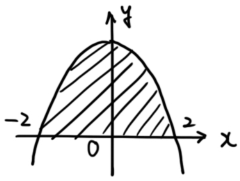
**1** 次の直線や曲線に囲まれた部分の面積を求めなさい。

(1) $y=x^2$，$x$ 軸，$x=-1$，$x=3$




$\int_{-1}^{3} x^2\,dx = \left[\frac{1}{3}x^3\right]_{-1}^{3} = 9-\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{28}{3}$

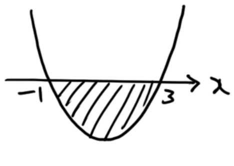
(2) $y=-x^2+4$，$x$ 軸




$\int_{-2}^{2}(-x^2+4)\,dx = \left[-\frac{1}{3}x^3+4x\right]_{-2}^{2}$

$= -\frac{8}{3}+8-\left(\frac{8}{3}-8\right) = -\frac{16}{3}+16 = \frac{32}{3}$

(3) $y=x^2-2x-3$，$x$ 軸




$-\int_{-1}^{3}(x^2-2x-3)\,dx = \left[-\frac{1}{3}x^3+x^2+3x\right]_{-1}^{3}$

$= -9+9+9-\left(\frac{1}{3}+1-3\right) = \frac{32}{3}$

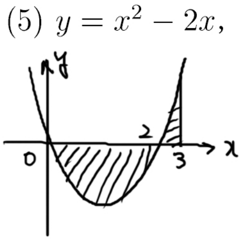
(4) $y=x^2-x-5$，$y=-3x-3$

共有点は $x^2-x-5=-3x-3$ を解いて $x=-1\pm\sqrt{3}$

$\int_{-1-\sqrt{3}}^{-1+\sqrt{3}}\{-3x-3-(x^2-x-5)\}\,dx = \int_{-1-\sqrt{3}}^{-1+\sqrt{3}} -(x^2+2x-2)\,dx$

$= -\left\{-\frac{1}{6}(-1+\sqrt{3}+1+\sqrt{3})^3\right\} = 4\sqrt{3}$

(5) $y=x^2-2x$，$x$ 軸，$x=3$




$-\int_{0}^{2}(x^2-2x)\,dx+\int_{2}^{3}(x^2-2x)\,dx$

$= \left[-\frac{1}{3}x^3+x^2\right]_{0}^{2}+\left[\frac{1}{3}x^3-x^2\right]_{2}^{3} = -\frac{8}{3}+4+9-9-\left(\frac{8}{3}-4\right) = \frac{8}{3}$