応用問題に挑戦

数Ⅱ　定積分と面積

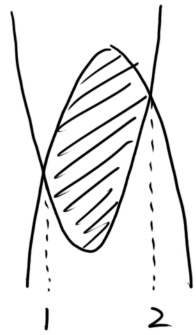
■1　2つの放物線 $y=3x^2-9x+5$，$y=-2x^2+6x-5$ で囲まれた部分の面積を求めなさい。

共有点は　$3x^2-9x+5=-2x^2+6x-5$ より

$5x^2-15x+10=0$

$5(x^2-3x+2)=0$

$5(x-1)(x-2)=0$　$\therefore\ x=1,2$

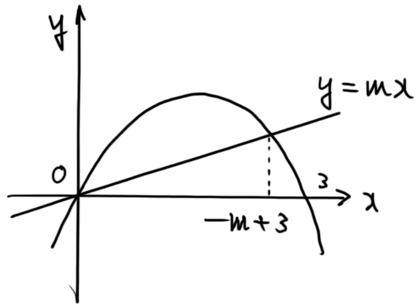


$$\int_1^2\{-2x^2+6x-5-(3x^2-9x+5)\}dx$$

$$=-\int_1^2 5(x-1)(x-2)dx$$

$$=-5\cdot\left\{-\frac{1}{6}(2-1)^3\right\}=\frac{5}{6}$$

■2　放物線 $y=-x^2+3x$ と x 軸とで囲まれた部分の面積が直線 $y=mx$ によって2等分されるとき，定数 m の値を求めなさい。



$y=-x^2+3x$ と $y=mx$ の共有点は

$-x^2+3x=mx$ より

$x^2+mx-3x=0$

$x(x+m-3)=0$　$\therefore\ x=0,-m+3$

$$\therefore\ \int_0^3(-x^2+3x)dx=2\int_0^{-m+3}(-x^2+3x-mx)dx$$

$$\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2\right]_0^3=2\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{3-m}{2}x^2\right]_0^{-m+3}$$

$$-9+\frac{27}{2}=2\left\{-\frac{1}{3}(-m+3)^3+\frac{1}{2}(-m+3)^3\right\}$$

$$\frac{9}{2}=\frac{1}{3}(-m+3)^3$$

$$\therefore\ (-m+3)^3=\frac{27}{2}$$

$-m+3$ は実数より、$-m+3=\dfrac{3}{\sqrt[3]{2}}$

$$\therefore\ m=3-\frac{3}{\sqrt[3]{2}}$$

NANCHINA