# 2　行列の和と実数倍



2つの行列 $A$，$B$ について，この2つが同じ型の行列ならば，それらの**和 $A+B$**，**差 $A-B$** を定義することができます。

対応する成分同士を足したり，引いたりすることで計算できます。このことを $2\times2$ 行列でまとめておきましょう。

**◇ 行列の和と差 ◇**

$$\text{和：}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \boldsymbol{a+a'} & \boldsymbol{b+b'} \\ \boldsymbol{c+c'} & \boldsymbol{d+d'} \end{pmatrix}$$

$$\text{差：}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \boldsymbol{a-a'} & \boldsymbol{b-b'} \\ \boldsymbol{c-c'} & \boldsymbol{d-d'} \end{pmatrix}$$

行列 $A$ に対して，**実数倍 $kA$** を定義することができます。これは，行列のすべての成分を $k$ 倍したものです。

**◇ 行列の実数倍 ◇**

$$k\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \boldsymbol{ka} & \boldsymbol{kb} \\ \boldsymbol{kc} & \boldsymbol{kd} \end{pmatrix}$$

例　題

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}-2\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}&=\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} -2 & 8 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}\\ &=\begin{pmatrix} -1 & -8 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

すべての成分が0である行列を**零行列**といい，$\boldsymbol{O}$ とかきます。$2\times2$ 行列では $O=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ということになります。

行列 $A$ と同じ型の零行列 $O$ について，次のことがいえます。

$$A+O=O+A=A,\qquad A+(-A)=(-A)=O$$

つまり零行列 $O$ は，行列の加法で，数でいう0と同じ役割を果たすことになります。

ここで，行列の計算法則をまとめておきましょう。

**◇ 行列の加法，減法，実数倍の計算法則 ◇**

同じ型の行列 $A$，$B$，$C$ および実数 $k$，$l$ について

**交換法則**：$\boldsymbol{A+B=B+A}$

**結合法則**：$\boldsymbol{(A+B)+C=A+(B+C)}$

**実数と行列の計算法則**：

$$\boldsymbol{k(A+B)=kA+kB,\qquad (k+l)A=kA+lA,\qquad k(lA)=(kl)A}$$

同じ型の行列 $A$，$B$ などの和，差，実数倍の計算では，$A$，$B$ をまるで文字のように扱って文字式，方程式の計算ができます。

例　題

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix},\quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$ とする。このとき，

$2A + 3X = B$ となる行列 $X$ を求めよ。

(解) $2A + 3X = B$ より，$X = \dfrac{1}{3}(B - 2A)$ だから，

$$X = \frac{1}{3}\left\{\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}\right\}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$m \times 1$ 行列は縦に長い，1列だけの行列ですが，これを **$m$ 次の列ベクトル** といいます。また，$1 \times n$ 行列は横に長い，1行だけの行列ですが，これを **$n$ 次の行ベクトル** といいます。

例えば $\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ は2次の列ベクトル，$(1,\ -3,\ 5)$ は3次の行ベクトルです。