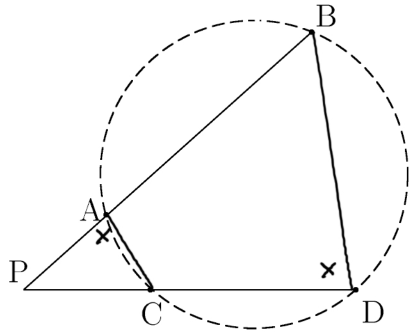
応用問題に挑戦

数A　方べきの定理，円の位置関係

■1　右の図において，線分 AB，CD の延長の交点を P とするとき，$PA \cdot PB = PC \cdot PD$ が成り立つならば，4 点 A，B，C，D は同一円周上にあることを証明しなさい。



(証)　$PA \neq 0$，$PP \neq 0$ なので

$PA \cdot PB = PC \cdot PD$ より

$$\frac{PB}{PD} = \frac{PC}{PA} \quad \cdots ①$$

△PAC と △PDB において

∠P は共通 ⋯ ②

① より $PA : PC = PD : PB$ ⋯ ①′

①′② より、2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから

△PAC ∽ △PDB

これより、∠PAC = ∠PDB

すなわち、4 点 A，B，C，D は同一円周上にある。(終)