応用問題に挑戦

数Ⅱ　三角関数の加法定理(解答)

■1　$\cos\alpha = \dfrac{4}{5}$ であり，α は第 1 象限の角であるから

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$$

$\sin\beta = \dfrac{5}{13}$ であり，β は第 2 象限の角であるから

$$\cos\beta = -\sqrt{1-\sin^2\beta} = -\sqrt{\frac{144}{169}} = -\frac{12}{13}$$

以上のことから，

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta = \frac{3}{5}\cdot\left(-\frac{12}{13}\right) + \frac{4}{5}\cdot\frac{5}{13} = -\frac{16}{65}$$

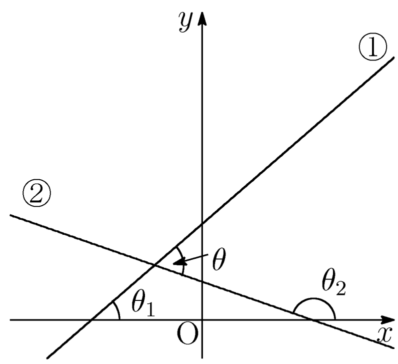
$$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta = \frac{4}{5}\cdot\left(-\frac{12}{13}\right) + \frac{3}{5}\cdot\frac{5}{13} = -\frac{33}{65}$$

■2　2 直線を　$\sqrt{3}x - 2y + 1 = 0 \cdots$①，　$\sqrt{3}x + 5y - 1 = 0 \cdots$②とし，それぞれが x 軸の正の向きとなす角を θ_1，θ_2 とする。このとき，①②の傾きから，$\tan\theta_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\tan\theta_2 = -\dfrac{\sqrt{3}}{5}$ となる。

なす角は　$\theta = 180^\circ + \theta_1 - \theta_2$ と表されるので，

$$\tan\theta = \tan(180^\circ + \theta_1 - \theta_2) = \tan(\theta_1 - \theta_2) = \frac{\tan\theta_1 - \tan\theta_2}{1 + \tan\theta_1\tan\theta_2}$$

$$= \frac{\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \left(-\dfrac{\sqrt{3}}{5}\right)}{1 + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{5}\right)} = \frac{\dfrac{5\sqrt{3}+2\sqrt{3}}{10}}{1-\dfrac{3}{10}} = \sqrt{3}$$



つまり，$\tan\theta = \sqrt{3}$ となる。

θ は鋭角なので，$\theta = 60^\circ$