応用問題に挑戦

数Ⅱ　整式の除法(解答)

■1　$P(x)=2x^3-5x^2-14x+8$ とおくと，$P(4)=128-80-56+8=0$ となることから，$P(x)$ は $x-4$ を因数にもつ。
$P(x)$ を $x-4$ で割ると，$P(x)=(x-4)(2x^2+3x-2)$
さらに 2 次式を分解して，$(x-4)(x+2)(2x-1)$

■2　$P(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$ とおける。
条件より，$P(1)=-1$ であるから，$a+b=-1$ … ①
$P(2)=-4$ であるから，$2a+b=-4$ … ②
①②より，$a=-3$，$b=2$
よって，求める余りは $-3x+2$

■3(1)　条件から，

$$P(x)=(x^2-3x+2)Q(x)+3x-5$$
$$P(x)=(x^2+x-2)R(x)-5x+3$$

と表せるから，すなわち，

$$P(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+3x-5 \cdots ①$$
$$P(x)=(x-1)(x+2)R(x)-5x+3 \cdots ②$$

となる。
よって，$P(x)$ を $x-2$ で割った余りは，①より　$P(2)=6-5=1$
$P(x)$ を $x+2$ で割った余りは②より　$P(-2)=10+3=13$

(2)　$P(x)$ を $x-2-4$ で割った余りは 1 次式となるので，このことから

$$P(x)=(x-2)(x+2)S(x)+ax+b$$

とおくことができる。
これと (1) より，$P(2)=2a+b=1$，　$P(-2)=-2a+b=13$
であるから，これを解いて $a=-3$，$b=7$
ゆえに，求める余りは $-3x+7$