応用問題に挑戦

数Ⅱ　分数式 (解答)

■1 $\dfrac{x+y}{x-y}-\dfrac{x-y}{x+y}-\dfrac{4xy}{x^2-y^2}=\dfrac{(x+y)^2-(x-y)^2}{(x-y)(x+y)}-\dfrac{4xy}{x^2-y^2}=\dfrac{4xy-4xy}{x^2-y^2}=0$

■2 $\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{1}{x+3}-\dfrac{1}{x+4}$

$$=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+4}=\frac{2}{(x+1)(x+3)}+\frac{2}{(x+2)(x+4)}$$

$$=\frac{2\{(x+2)(x+4)+(x+1)(x+3)\}}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}=\frac{2(2x^2+10x+11)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$$

■3 $\dfrac{x+y}{3}=\dfrac{y+z}{4}=\dfrac{z+x}{5}=k$ とおくと，

$$x+y=3k \cdots ①,\quad y+z=4k \cdots ②,\quad z+x=5k \cdots ③$$

さらにこの 3 つの式を全て加えると，$2x+2y+2z=12k$
すなわち，$x+y+z=6k \cdots ④$　となる。

①と④から，$3k+z=6k$　$\therefore z=3k$
同様に②と④，③と④から $x=2k$，$y=k$ と分かる。

以上のことを用いて，

$$\frac{(x+y)(y+z)(z+x)}{xyz}=\frac{3k\cdot 4k\cdot 5k}{2k\cdot k\cdot 3k}=\frac{60k^3}{6k^3}=10$$