応用問題に挑戦

数Ⅱ　等式の証明(解答)

■1　(証) (左辺) − (右辺) $= a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)+(b-c)(c-a)(a-b)$

$$= a^2b-a^2c+b^2c-b^2a+c^2a-c^2b+(-b^2c-a^2b+ab^2-c^2a+bc^2+ca^2)$$

$$= 0$$

これより，等式は証明された。□

■2　(証) $a+b+c=0$ のとき，$b+c=-a$，$c+a=-b$，$a+b=-c$ であるから，

$$(\text{左辺}) = \frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}+\frac{a+b}{c}$$

$$= \frac{-a}{a}+\frac{-b}{b}+\frac{-c}{c} = -1-1-1 = -3 = (\text{右辺}) \quad \square$$

■3　(証) $\dfrac{x}{a}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{z}{c}=t$ とおくと，$x=at$，$y=bt$，$z=ct$ と表せる。

$$(\text{左辺}) = (a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2) = (a^2+b^2+c^2)\{(at)^2+(bt)^2+(ct)^2\}$$

$$= (a^2+b^2+c^2)^2t^2$$

$$(\text{右辺}) = (ax+by+cz)^2 = (a^2t+b^2t+c^2t)^2 = (a^2+b^2+c^2)^2t^2$$

よって，(左辺) = (右辺) である。□