基本問題を確認しよう

数B　等差数列の和

等差数列の和　初項 a の等差数列の第 n 項目までの和は

末項が l のとき，$S_n=\frac{1}{2}n(a+l)$

公差が d のとき，$S_n=\frac{1}{2}n\{2a+(n-1)d\}$

1 次の等差数列の和を求めなさい。

(1) 初項が 4，公差が 3，項数が 20

$S_{20}=\frac{1}{2}\cdot 20\{2\cdot 4+(20-1)\cdot 3\}=650$

(2) 初項 5，末項が 62，項数が 30

$S_{30}=\frac{1}{2}\cdot 30(5+62)=1005$

(3) $1+2+3+4+\cdots\cdots+n$

初項1，項数n，末項n より　$\frac{1}{2}n(1+n)$

※または，初項1，項数n，公差1と考えて

$\frac{1}{2}n\{2\cdot 1+(n-1)\cdot 1\}=\frac{1}{2}n(n+1)$

(4) $1+3+5+7+\cdots\cdots+31$

この数列の一般項は $1+(n-1)\cdot 2=2n-1$ だから，

末項の31は $2n-1=31$ より $n=16$ つまり項数は16

$\therefore$ $\frac{1}{2}\cdot 16(1+31)=256$

(※または $\frac{1}{2}\cdot 16\{2\cdot 1+(16-1)\cdot 2\}$
$=256$

2 100 以下の自然数のうち，5 の倍数であるものの和を求めなさい。

$5+10+15+20+\cdots+95+100$

これは初項5，末項100，項数20の等差数列の和より

$\frac{1}{2}\cdot 20(5+100)$

$=1050$