応用問題に挑戦

数B　等比数列

■1　第 2 項が 21，第 5 項が 567 である等比数列の第 7 項を求めなさい。

$a_n = ar^{n-1}$ とおく。

$a_2 = 21$ より，$ar = 21 \cdots ①$

$a_5 = 567$ より，$ar^4 = 567 \cdots ②$

$\dfrac{②}{①}$ より，$\dfrac{ar^4}{ar} = \dfrac{567}{21}$　$\therefore\ r^3 = 27$

よって $r = 3$，$a = 7$ なので $a_n = 7 \cdot 3^{n-1}$

$\therefore\ a_7 = 7 \cdot 3^6 = \underline{\underline{5103}}$

■2　三角形の 3 辺の長さを a，b，c とする。a，b，c がこの順に等比数列をなすとき，その公比 r のとる値の範囲を求めなさい。

条件より，$b = ar$，$c = ar^2$ とおける。

三角形の成立条件より

$$\begin{cases} a+b > c \\ b+c > a \\ c+a > b \end{cases} \quad \therefore \quad \begin{cases} a+ar > ar^2 \\ ar+ar^2 > a \\ ar^2+a > ar \end{cases}$$

※ b が最大辺になることはないので，③ははじめから除外してもよい。

$a > 0$ より，

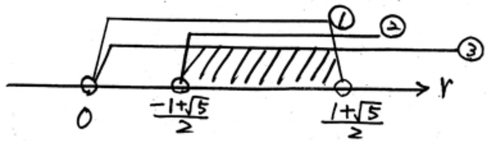
$$\begin{cases} 1+r > r^2 \\ r+r^2 > 1 \\ r^2+1 > r \end{cases} \quad \text{すなわち，} \quad \begin{cases} r^2-r-1 < 0 & ① \\ r^2+r-1 > 0 & ② \\ r^2-r+1 > 0 & ③ \end{cases}$$

$r > 0$ を考慮すると

①より，$0 < r < \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

②より $\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} < r$

③より，すべての正の実数



よって，$\underline{\underline{\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} < r < \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}}}$

NANCHINA