応用問題に挑戦

数B　等比数列の和

■1　3，33，333，3333，$\cdots$ の第 n 項を求めなさい。

第n項（一般項）は

$$a_n = \underbrace{333\cdots3}_{n個} = 3+30+300+\cdots+3\underbrace{00\cdots0}_{n-1個}$$

$$= 3+3\cdot10+3\cdot10^2+\cdots+3\cdot10^{n-1}$$

これは初項3，公比10，項数nの等比数列の和より

$$a_n = \frac{3(10^n-1)}{10-1} = \underline{\underline{\frac{10^n-1}{3}}}$$

■2　1800 の約数全体の和を求めなさい。

素因数分解すると，$1800 = 2^3\times3^2\times5^2$

よって約数の和は

$$(1+2+2^2+2^3)(1+3+3^2)(1+5+5^2)$$

それぞれ等比の和

$$= \frac{1\cdot(2^4-1)}{2-1}\times\frac{1\cdot(3^3-1)}{3-1}\times\frac{1\cdot(5^3-1)}{5-1}$$

$$= 15\times13\times31$$

$$= \underline{\underline{6045}}$$