基本問題を確認しよう

数A　逆・裏・対偶，背理法

逆・裏・対偶　命題「$p \Longrightarrow q$」に対して

$q \Longrightarrow p$を　**逆**

pでない $\Longrightarrow$ qでない を　**裏**

qでない $\Longrightarrow$ pでない を　**対偶**

という。

※元の命題と，その対偶の真偽は一致する。

背理法

ある命題の「否定が偽である」ことを証明できれば，元の命題は真であると証明したことになる。これを利用して，「元の命題が成り立たないと仮定して，矛盾が起こることを示す」証明方法のことを**背理法**という。

1 次の命題の逆，裏，対偶を作り，その真偽を調べなさい。

(1) $x = 2 \Longrightarrow x^2 = 4$

逆：「$x^2 = 4 \Longrightarrow x = 2$」

裏：「$x \neq 2 \Longrightarrow x^2 \neq 4$」

対偶：「$x^2 \neq 4 \Longrightarrow x \neq 2$」

(2) 正三角形 $\Longrightarrow$ 二等辺三角形

逆：「二等辺三角形 $\Longrightarrow$ 正三角形」

裏：「正三角形でない $\Longrightarrow$ 二等辺三角形でない」

対偶：「二等辺三角形でない $\Longrightarrow$ 正三角形でない」

2 整数nについて，n^2が偶数ならば，nは偶数であることを背理法を用いて証明しなさい。

n^2が偶数で、nが奇数だと仮定する。

$n = 2k+1$ （kは整数）とおくことができるが、

このとき　$n^2 = (2k+1)^2 = 4k^2+4k+1$

$= 2(2k^2+2k)+1$

これより n^2は奇数となり、条件と矛盾する。

よって n^2が偶数ならば nは偶数である。

NANCHINA