基本問題を確認しよう

数B　ベクトルの平行，分解

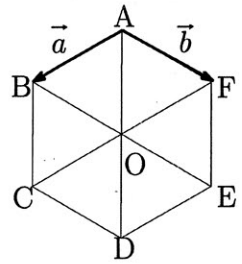
ベクトルの平行　$\vec{0}$ でない2つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，

$\vec{a} \,/\!/\, \vec{b} \iff \vec{b} = k\vec{a}$ となるような実数 k がある

ベクトルの分解　$\vec{a}$，$\vec{b}$ が $\vec{0}$ でも平行でもないとき，
平面上のどんなベクトル $\vec{c}$ も，$\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$ (m，n は実数) の形に，ただ1通りに表される。

ベクトルの1次独立　$\vec{a}$，$\vec{b}$ が $\vec{0}$ でも平行でもないとき，
$m\vec{a} + n\vec{b} = m'\vec{a} + n'\vec{b} \iff m = m'$，$n = n'$

1 右の図で，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表しなさい。



(1) $\overrightarrow{CF}$

$2\overrightarrow{BA}$
$= 2(-\vec{a})$
$= -2\vec{a}$

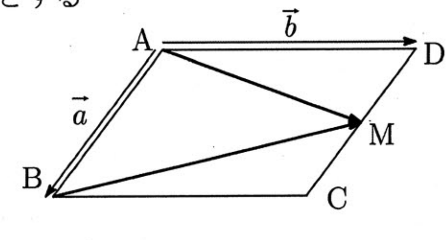
(2) $\overrightarrow{BF}$

$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF}$
$= -\vec{a} + \vec{b}$

(3) $\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FC}$
$= \vec{b} + 2\vec{a}$

2 平行四辺形ABCDの辺CDの中点をM，$\overrightarrow{AB} = \vec{a}$，$\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表しなさい。



(1) $\overrightarrow{DB}$

$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$
$= \vec{a} - \vec{b}$

(2) $\overrightarrow{AM}$

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DM}$
$= \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a}$

(3) $\overrightarrow{BM}$

$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CM}$
$= \vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$

3 $\vec{a} + 2\vec{b}$ と，$(k+1)\vec{a} + k\vec{b}$ が平行であるとき，k の値を求めなさい。

$(k+1) : k = 1 : 2$ より

$2k + 2 = k$　$\therefore$ $\underline{\underline{k = -2}}$

※(別解)

$(k+1)\vec{a} + k\vec{b} = h(\vec{a} + 2\vec{b})$　(hは実数)とおくと

$\begin{cases} k+1 = h \\ k = 2h \end{cases}$　$\therefore$ $\underline{\underline{k = -2}}$，$h = -1$