基本問題を確認しよう

数B 位置ベクトルと図形への応用

位置ベクトル

1. $A(\vec{a}) \iff \overrightarrow{OA} = \vec{a}$
2. $A(\vec{a})$，$B(\vec{b})$ について，$\overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a}$

分点の位置ベクトル　2点 $A(\vec{a})$，$B(\vec{b})$ を結ぶ線分 AB について，

1. $m:n$ に内分する点 $P(\vec{p})$ … $\vec{p} = \dfrac{n\vec{a}+m\vec{b}}{m+n}$
2. $m:n$ に外分する点 $Q(\vec{q})$ … $\vec{q} = \dfrac{-n\vec{a}+m\vec{b}}{m-n}$
3. 特に，中点 $M(\vec{m})$ … $\vec{m} = \dfrac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$

三角形の重心の位置ベクトル

3点 $A(\vec{a})$，$B(\vec{b})$，$C(\vec{c})$ を頂点とする△ABC の重心を $G(\vec{g})$ とするとき，$\vec{g} = \dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$

図形への応用

【3点が同一直線上】3点 A，B，C が同一直線上 $\iff \overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$ となる実数 k がある

【ベクトルの表現】1つの図形の中に多くのベクトルがある場合，それらをすべて2つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表すとよい。($\vec{a} \neq \vec{0}$，$\vec{b} \neq \vec{0}$，$\vec{a} \not\parallel \vec{b}$)

【ベクトルの1次独立】$\vec{a} \neq \vec{0}$，$\vec{b} \neq \vec{0}$，$\vec{a} \not\parallel \vec{b}$ のとき，
$m\vec{a}+n\vec{b} = m'\vec{a}+n'\vec{b} \iff m=m',\ n=n'$

1 $A(\vec{a})$，$B(\vec{b})$，$C(\vec{c})$ とする。次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表しなさい。

(1) $\overrightarrow{CB}$

$\vec{b} - \vec{c}$

(2) CA の中点 M の位置ベクトル $\vec{m}$

$\vec{m} = \dfrac{\vec{c}+\vec{a}}{2}$

(3) AB を 3 : 2 に内分する点 P の位置ベクトル $\vec{p}$

$\vec{p} = \dfrac{2\vec{a}+3\vec{b}}{3+2} = \dfrac{2\vec{a}+3\vec{b}}{5}$

(4) △ABM の重心 G の位置ベクトル $\vec{g}$

$\vec{g} = \dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{m}}{3} = \dfrac{1}{3}\left(\vec{a}+\vec{b}+\dfrac{\vec{c}+\vec{a}}{2}\right)$

$= \dfrac{1}{3}\vec{a}+\dfrac{1}{3}\vec{b}+\dfrac{1}{6}\vec{c}+\dfrac{1}{6}\vec{a}$

$= \dfrac{1}{2}\vec{a}+\dfrac{1}{3}\vec{b}+\dfrac{1}{6}\vec{c}$