数Ⅱ　直線の方程式(解答)

■1　2直線 $2x+3y-5=0$，$3x-2y-14=0$ の交点を通る直線は

$$(2x+3y-5)+h(3x-2y-14)=0$$

と表される。整理すると，$(3h+2)x+(-2h+3)y-14h-5=0$ … ①

これが $x+ky=0$ と同じ直線を表せばよい。

原点を通るから，$-14h-5=0$　　$\therefore h=-\dfrac{5}{14}$

このとき①は，$\dfrac{13}{14}x+\dfrac{52}{14}=0$　　$\therefore x+4y=0$

ゆえに，$k=4$

■2　直線 $3x-4y-5=0$ に関して，点 A$(-2,\ 4)$ と対称な点Bを $(a,\ b)$ とおくと，

直線ABと直線 $3x-4y-5=0$ が垂直なので，

傾きより，$\dfrac{b-4}{a+2}\times\dfrac{3}{4}=-1$　　$\therefore 4a+3b=4$ … ①

線分ABの中点 $\left(\dfrac{a-2}{2},\ \dfrac{b+4}{2}\right)$ は直線 $3x-4y-5=0$ 上にあるので，

$$3\cdot\frac{a-2}{2}-4\cdot\frac{b+4}{2}-5=0 \qquad \therefore 3a-4b=32 \text{ … ②}$$

①，②より，$a=\dfrac{112}{25}$，$b=-\dfrac{116}{25}$

よって，B$\left(\dfrac{112}{25},\ -\dfrac{116}{25}\right)$

■3　線分BCの長さは，$\sqrt{(4-2)^2+(6-0)^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

直線BCの方程式は，$y-0=\dfrac{6-0}{4-2}(x-2)$ より，$3x-y-6=0$

よって点Aと直線BCの距離は，$\dfrac{|-6+3-6|}{\sqrt{9+1}}=\dfrac{9}{\sqrt{10}}$

これが，辺BCを底辺と考えたときの高さになるから，求める面積は

$$\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{10}\cdot\frac{9}{\sqrt{10}}=9$$