応用問題に挑戦

数Ⅱ　円の方程式(解答)

■1　円の半径は $r=3$ である。中心から直線 $2x-3y+k=0$ までの距離は　$d=\dfrac{|k|}{\sqrt{4+9}}$

円と直線が異なる2点で交わるので，$d<r$ であればよい。つまり，$\dfrac{|k|}{\sqrt{4+9}}<3$

$|k|<3\sqrt{13}$　　$\therefore -3\sqrt{13}<k<3\sqrt{13}$

■2　接点を $\mathrm{P}(a,\ b)$ とおくと，接線の方程式は $ax+by=1$

この接線上に点 $(2,\ 1)$ があるから，$2a+b=1$ ⋯ ①

また，P は円上にあるから，$a^2+b^2=1$ ⋯ ②

①より $b=1-2a$　　これを②に代入して，$a^2+(1-2a)^2=1$

$5a^2-4a=0$　　$\therefore a=0,\ \dfrac{4}{5}$

このときそれぞれ，$b=1,\ -\dfrac{3}{5}$

ゆえに接線の方程式は　$y=1,\ \dfrac{4}{5}x-\dfrac{3}{5}y=1$

■3　$x^2+y^2=4$ は，原点を中心とする半径2の円

$x^2+y^2-2x+4y=0$ は，$(x-1)^2+(y+2)^2=5$ より，点 $(1,\ -2)$ を中心とする半径 $\sqrt{5}$ の円

2円の中心間の距離は，$\sqrt{(1-0)^2+(-2-0)^2}=\sqrt{5}$

2円の半径の和は $\sqrt{5}+2$，半径の差は $\sqrt{5}-2$

$\sqrt{5}-2<\sqrt{5}<\sqrt{5}+2$ となっているので，2円は交わる。

さて，2円の交点を通る円または直線は $(x^2+y^2-4)+k(x^2+y^2-2x+4y)=0$ と表される。

$k=-1$ とおくと，これは直線になるから

$(x^2+y^2-4)-(x^2+y^2-2x+4y)=0$　　$\therefore -4+2x-4y=0$

したがって求める直線の方程式は，$x-2y-2=0$