応用問題に挑戦

数Ⅱ　軌跡 (解答)

■ 1　P$(a,\ b)$，M$(x,\ y)$ とする。

P は円上の点なので，$(a-3)^2+b^2=9$ … ①

OP の中点は $\left(\dfrac{a}{2}, \dfrac{b}{2}\right)$ なので，$x=\dfrac{a}{2}$，$y=\dfrac{b}{2}$

つまり，$a=2x$，$b=2y$

これを①に代入すると，$(2x-3)^2+(2y)^2=9$

$$4\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+4y^2=9$$

$$\therefore \left(x-\frac{3}{2}\right)^2+y^2=\frac{9}{4}$$

したがって求める軌跡は，$\left(\dfrac{3}{2},\ 0\right)$ を中心とする半径 $\dfrac{9}{4}$ の円

■ 2　円の中心を P$(x,\ y)$ とおく。

半径は $|y|$ である。これは点 $(0,\ 2)$ と中心との距離にも等しいので，

$$\sqrt{x^2+(y-2)^2}=|y|$$

両辺を 2 乗して，$x^2+(y-2)^2=y^2$

$$x^2-4y+4=0 \qquad \therefore y=\frac{1}{4}x^2+1$$

よって求める軌跡は，放物線 $y=\dfrac{1}{4}x^2+1$