定積分の置換積分法

文字を置き換えると，定積分の区間も変化する。

例 $\displaystyle\int_0^1 x(1-x)^5 dx$

$1-x=t$ とおくと，$\displaystyle\int_{\square}^{\square}(1-t)t^5(-dt)$　（ここまではこれまでと同じ）

x の積分区間が $0 \leqq x \leqq 1$ であるから，$1 \leqq 1-x \leqq 0$　　つまり，$\boldsymbol{1 \leqq t \leqq 0}$

x	0	$\to$	1
t	1	$\to$	0

よって，$\displaystyle\int_0^1 x(1-x)^5 dx = \int_{\mathbf{1}}^{\mathbf{0}} -(1-t)t^5 dt$

問題1 次の定積分を求めよ。　(➡教科書 p.143　問 4)

(1) $\displaystyle\int_0^3 (5x+2)\sqrt{x+1}\,dx$

(2) $\displaystyle\int_{-1}^{\frac{1}{2}} x(2x+3)^{\frac{3}{2}}\,dx$

偶関数と奇関数の定積分

偶関数：$f(-x) = f(\qquad)$ を満たす関数のこと。＿＿＿＿＿ について対称である。

奇関数：$f(-x) = f(\qquad)$ を満たす関数のこと。＿＿＿＿＿ について対称である。

● 偶関数と奇関数の定積分 ●

1　$f(x)$ が偶関数のとき，$\displaystyle\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_{0}^{a} f(x)dx$

2　$f(x)$ が奇関数のとき，$\displaystyle\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$

問題1　次の定積分を求めよ。　(➡教科書 p.146　問 6)

(1) $\displaystyle\int_{-1}^{1} x^8\,dx$　(2) $\displaystyle\int_{-1}^{1} (e^x - e^{-x})\,dx$　(3) $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{1-x}{1+x^2}\,dx$　(4) $\displaystyle\int_{-2}^{2} x\sqrt{4-x^2}\,dx$