

## 不定積分

関数  $f(x)$  について、 $F'(x) = f(x)$  となるような関数  $F(x)$  を、 $f(x)$  の \_\_\_\_\_ という。

1つの関数に対して、原始関数は無数にあるが、すべて同じ形で表すことができる。

$f(x) = 2x \cdots \cdots F(x) = x^2 - 1, x^2, x^2 + 1, x^2 + 2$  など  $\cdots \cdots F(x) = x^2 + C$  ( $C$  は積分定数)

$f(x) = x^2 - 2x + 1 \cdots \cdots F(x) =$  \_\_\_\_\_ など  $\cdots \cdots F(x) =$  \_\_\_\_\_

$f(x) = x^{\frac{1}{2}} \cdots \cdots F(x) =$  \_\_\_\_\_ など  $\cdots \cdots F(x) =$  \_\_\_\_\_

$f(x) = \cos x \cdots \cdots F(x) =$  \_\_\_\_\_ など  $\cdots \cdots F(x) =$  \_\_\_\_\_

$f(x)$  の原始関数たちの「形」を表す式  $F(x) + C$  ( $C$  は積分定数) を、 $f(x)$  の \_\_\_\_\_ とい  
い、記号で  $\int f(x)dx$  とかく。不定積分を求めることを、**積分する**という。

## 不定積分の計算

不定積分を求めることは、微分法の逆の演算である。

### ● $x^\alpha$ の不定積分 ●

$$\alpha \neq -1 \text{ のとき, } \int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha + 1} x^{\alpha+1} + C$$

$$\alpha = -1 \text{ のとき, } \int \frac{1}{x} dx = \log |x| + C$$

**問題1** 次の不定積分を求めよ。

(→教科書 p.131 問1)

(1)  $\int \frac{dx}{x^2}$

(2)  $\int x\sqrt{x}dx$

(3)  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$

### ● 指数関数の不定積分 ●

$$\int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\log a} + C$$

**問題2** 次の不定積分を求めよ。

(→教科書 p.132 問2)

(1)  $\int e^{2x} dx$

(2)  $\int e^{-x} dx$

(3)  $\int \frac{dx}{3^x}$

● 三角関数の不定積分 ●

$$\int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$$

**問題3** 次の不定積分を求めよ。

(→教科書 p.132 問3)

(1)  $\int \cos 5x dx$

(2)  $\int \sin \frac{x}{2} dx$

(3)  $\int \frac{dx}{\cos^2 2x}$

**問題4** 次の不定積分を求めよ。

(→教科書 p.133 問4)

(1)  $\int \frac{(x-1)^2}{x} dx$

(2)  $\int \frac{\sqrt{x}+2}{x} dx$

(3)  $\int \left( \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) dx$

(4)  $\int (e^x + e^{-x})^2 dx$

● 1次式との合成関数の不定積分 **重要** ●

$$\int f(x) dx = F(x) \text{ のとき, } \int f(ax+b) dx = \frac{1}{a} F(ax+b) + C$$

**例1**  $\int \cos x dx = \sin x + C$  より,  $\int \cos(2x-3) dx = \frac{1}{2} \sin(2x-3) + C$

**問題5** 次の不定積分を求めよ。

(→教科書 p.133 問5)

(1)  $\int (3x+1)^4 dx$

(2)  $\int \frac{dx}{2x+1}$

(3)  $\int \sqrt{1-5x} dx$

(4)  $\int \sin(2x+3) dx$