ベクトル方程式

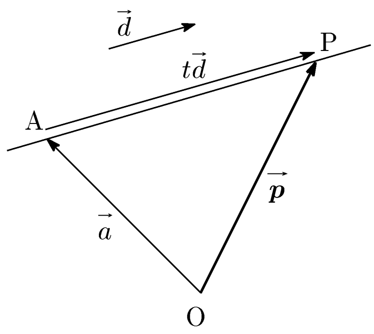
図形を，位置ベクトルを用いて表した方程式を，その図形の**ベクトル方程式**という。

A($\vec{a}$)を通り，$\vec{d}$に平行な直線

直線を g とし，g 上の任意の (好きな) 点を P($\vec{p}$) とする。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ は $\vec{d}$ の実数倍であるから，

$$\vec{p}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\vec{a}+t\vec{d}$$

と表される。これが g のベクトル方程式である。



> **A($\vec{a}$) を通り，$\vec{d}$に平行な直線**
> 直線上の点 P($\vec{p}$) について，$\boldsymbol{\vec{p}=\vec{a}+t\vec{d}}$

t を ________________，$\vec{d}$ を直線 g の ________________ という。

例 1 点 (1，3) を通り，$\vec{d}$ =(2，5) に平行な直線の方程式

A(1，3) と考えると，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$ =(1，3)

直線上の点を P(x，y) とおくと，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\vec{p}=(x,\ y)$。よって直線のベクトル方程式

$\vec{p}=\vec{a}+t\vec{d}$ より，

$(x,\ y)=(1,\ 3)+t(2,\ 5)=(1+2t,\ 3+5t)$

すなわち，$\begin{cases} x=1+2t \\ y=3+5t \end{cases}$ (媒介変数表示)　　t を消去して，$\underline{5x-2y+1=0}$

問題1 点 $(-3,\ 2)$ を通り，$\vec{d}=(4,\ -1)$ に平行な直線の方程式を，媒介変数 t を使って表せ。また，t を消去した式で表せ。

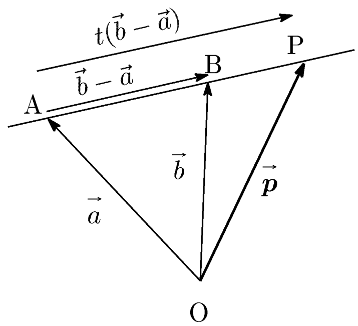
(吉教科書 p.36　問 7)

2 点 A($\vec{a}$)，B($\vec{b}$) を通る直線

直線を g とし，g 上の任意の点を P($\vec{p}$) とする。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ は $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ の実数倍であるから，

$$\vec{p}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\vec{a}+t\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{a}+t(\vec{b}-\vec{a})=(1-t)\vec{a}+t\vec{b}$$

と表される。これが g のベクトル方程式である。



> **2 点 A($\vec{a}$)，B($\vec{b}$)を通る直線**
> 直線上の点 P($\vec{p}$) について，$\boldsymbol{\vec{p}=(1-t)\vec{a}+t\vec{b}}$

問題2 2 点 A$(-2,\ 1)$，B$(1,\ 5)$ を通る直線の方程式を，媒介変数 t を使って表せ。(吉教科書 p.36　問 8)

2 点を通る直線のベクトル方程式において，$1-t=s$ とおくと，次のように表される。

$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}$　　　ただし，$s+t=1$

● 直線のベクトル方程式 ●

2 点 A$(\vec{a})$，B$(\vec{b})$ を通る直線のベクトル方程式は

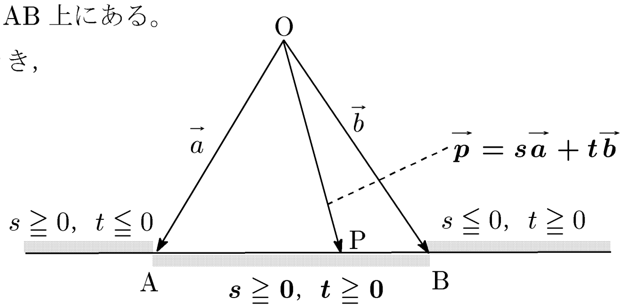
$\boxed{1}$　$\boldsymbol{\vec{p}=(1-t)\vec{a}+t\vec{b}}$

$\boxed{2}$　$\boldsymbol{\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}}$　　　ただし，$\boldsymbol{s+t=1}$

重要　$\boxed{1}$ において，$0\leqq t\leqq 1$ のとき，P は線分 AB 上にある。

$\boxed{2}$ において，$s+t=1$，$s\geqq 0$，$t\geqq 0$ のとき，

P は線分 AB 上にある。



問題3 2 点 A$(\vec{a})$，B$(\vec{b})$ に対して，$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}$ で与えられる点 P$(\vec{p})$ の動く範囲を，次の場合について求めよ。(吉教科書 p.38　問 10)

(1) $s+t=2$　　　(2) $s+t=\dfrac{2}{3}$

問題4 問題 4 で，次の場合の点 P の動く範囲を求めよ。(吉教科書 p.38　練習 5)

$2s+3t=1$，$s\geqq 0$，$t\geqq 0$